

DOI: 10.16285/j.rsm.2016.09.011

无黏性有限土体主动土压力解析解

王闫超, 晏鄂川, 陆文博, 丛 璐, 朱存金, 李兴明, 叶世伟

(中国地质大学(武汉)工程学院, 湖北 武汉 430074)

摘 要: 经典土压力理论的应用是基于半无限土体, 但当墙后土体范围有限时经典土压力理论可能就不再适用, 出现有限土体土压力问题。针对较复杂条件下无黏性土的有限土体土压力问题, 建立了计算模型, 并采用薄层单元法推导出解析公式, 证明经典的郎肯土压力和库仑土压力皆为所提出的新公式的特解。在综合考虑不同计算条件后, 制定土压力计算流程, 涵盖了各个条件下土压力计算方法。通过计算分析表明: 极限破裂角不为定值, 随计算参数的变化而变化; 不存在有限土体时, 所提新公式解与库仑解较接近; 出现有限土体时, 新公式解趋近于模拟解, 从而证明了新公式解的合理性。此时与库仑解相比, 则存在明显差异。

关 键 词: 有限土体; 主动土压力; 无黏性土; 极限破裂角

中图分类号: TU 432

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598(2016)09-2513-08

Analytical solution of active earth pressure for limited cohesionless soils

WANG Yan-chao, YAN E-chuan, LU Wen-bo, CONG Lu, ZHU Cun-jin, LI Xing-ming, YE Shi-wei

(Faculty of Engineering, China University of Geosciences, Wuhan, Hubei 430074, China)

Abstract: The classical earth pressure theory is based on the assumption of semi-infinite space. However, the dimension of soil behind the retaining wall is limited, so that this theory is no longer suitable for calculating the earth pressure. The aim of this study is to develop the earth pressures for the limited cohesionless soil under complex conditions. The new solution for the active earth pressure is developed using the thin-layer element method. It is shown that the Rankine and Coulomb's earth pressure theories are the particular cases of the proposed model. It is also shown that the limit rupture angle is not constant and it varies with the calculation parameters. The new solution approaches to Coulomb's active earth pressure when the soil is infinite. When there are limited soils, the new solution tends to be consistent with the simulation solution, proving the reasonability of the new solution. In this case, it is significantly different from Coulomb's solution.

Keywords: limited soil; active earth pressure; cohesionless soil; limit rupture angle

1 引 言

挡土墙作为边坡支护的主要措施之一, 在世界范围内被广泛应用。在挡土墙设计中很重要的一项就是墙背土压力的计算。在土压力计算中, 郎肯和库仑土压力理论是最经典的理论, 但随着工程建设的展开, 经典土压力理论不再能满足需要, 特别是当建筑外墙外需堆砌一定高度、长度的平台或者基坑与建筑地下室外墙距离较近时, 就出现有限土体土压力问题(见图 1), 经典土压力理论便不再适用。

一些学者以基坑设计为例, 进行了有限土体土压力计算方面的研究和讨论, 如马平等^[1]采用极限平衡法建立方程; 王洪亮等^[2]考虑墙-土间作用力并做了相关假设, 从而简化了有限土体土压力问题; 赵琦等^[3]应用土拱效应进行土压力的计算; 高印立等^[4]应用塑性上限理论进行求解。但存在如下缺点: ① 总体上有限土体土压力的研究只局限于基坑支护设计中, 即假设墙背倾角 $\alpha = 0$, 因此, 不能广泛应用于挡墙设计中; ② 基本没有考虑墙后的坡面加载 q_0 对有限土体土压力计算的影响; ③ 一般都忽

收稿日期: 2014-10-24

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(973 项目)(No.2011CB710605); 国家自然科学基金项目(No.41172282)资助项目。

This work was supported by the National Program on Key Basic Research Project of China (973 Program) (2011CB710605) and the National Natural Science Foundation of China (41172282).

第一作者简介: 王闫超, 男, 1988 年生, 博士研究生, 主要从事岩土体稳定性方面的研究工作。E-mail: wangyanchao0602@126.com

视了墙-土间摩擦角 δ 的存在。

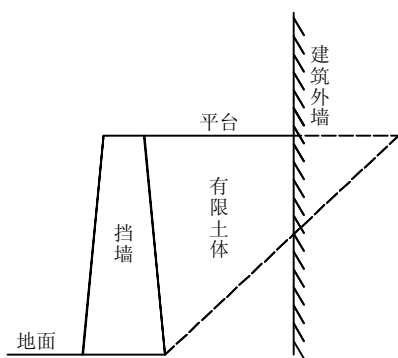


图1 有限土体示意图
Fig.1 Schematic of limited soil

解析法为土力学问题求解的方法之一，广泛应用于土压力计算中，如杨剑^[5]、林智勇^[6]、戴自航^[7]、陈建功^[8]、王仕传^[9]、李镜培^[10]、赵均海^[11]等推导了不同条件下土压力解析公式。本文以库仑土压力平面滑裂面为基础，采用薄层单元受力法推导了无黏性有限土体主动土压力计算的解析公式，可较全面地考虑各个计算参数对计算结果的影响，并进行了算例分析。

2 公式推导

如图2所示，挡土墙背后土楔（ABCDE）处于极限平衡状态，本文研究水平填土面无黏性土，因此不考虑拉张裂缝，且 $c=0$ 、 $c_w=0$ 、 $\beta=0$ 。墙体与土体的参数有：挡土墙倾角 α 、挡土墙高度 H 、墙后土体重度 γ 、墙后土体内摩擦角 φ 、墙-土摩擦角 δ 、墙后土体表面荷载 q_0 、极限土楔破裂角 θ 、有限土体宽度 L_0 。墙后土楔存在破裂角 θ ，以边 EC 为界将土楔分为 I 区（ABCE）和 II 区（ECD）两个隔离体进行研究：I 区呈四边形，II 区呈三角形。本文推导过程遵循如下的假定：①挡土墙与土

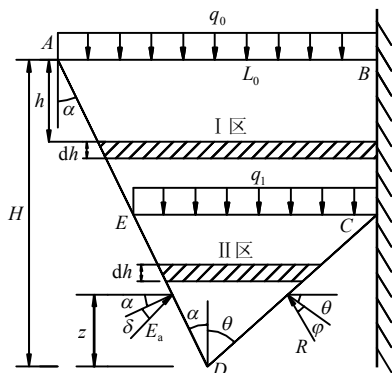


图2 主动土压力计算模型
Fig.2 Calculation model of active earth pressure

体的摩擦角和土体与地下室外墙的摩擦角取相同值为 δ ；②墙后填土存在破裂面，破裂角 θ 为未知量；③不考虑薄层单元间的摩擦效应；④公式推导过程中不考虑二重微分。计算模型如图2所示。

计算模型中的几何关系如下：

$$\left. \begin{aligned} \overline{AB} &= L_0 \\ \overline{BC} &= h_1 = \frac{(\tan \theta + \tan \alpha)H - L_0}{\tan \theta} \\ \overline{AD} &= H \tan \alpha \\ \overline{CE} &= \overline{AB} - \overline{BC} \tan \alpha = \\ &L_0 - \frac{(\tan \theta + \tan \alpha)H - L_0}{\tan \theta} \tan \alpha \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

2.1 隔离体静力平衡方程建立及推导

依据薄层单元法的基本原理^[6]，本文建立两个隔离体的平衡方程并对公式进行了推导。

2.1.1 I 区

由图2、3可知，I 区薄层单元几何关系如下：

$$\left. \begin{aligned} \overline{ab} &= L_0 - h \tan \alpha; \quad \overline{bc} = dh; \\ \overline{cd} &= L_0 - (h + dh) \tan \alpha; \quad \overline{ad} = \frac{dh}{\cos \alpha} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$dw_1 = \gamma S_{\square abcd} = \gamma \frac{\overline{ab} + \overline{cd}}{2} \overline{bc} = \gamma (L_0 - h \tan \alpha) dh \quad (3)$$

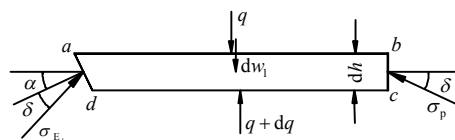


图3 I 区薄层单元受力分析图
Fig.3 Forces acting on thin layer elements of zone I

由图3对薄层单元受力分析如下：

(1) 水平方向上力的平衡：

$$\sigma_{E_1} \overline{ad} \cos(\alpha + \delta) - \sigma_p \overline{bc} \cos \delta = 0 \quad (4)$$

(2) 垂直方向上力的平衡：

$$\begin{aligned} q \overline{ab} + dw_1 - (q + dq) \overline{cd} - \sigma_{E_1} \overline{ad} \sin(\alpha + \delta) - \\ \sigma_p \overline{bc} \sin \delta = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

(3) 对 $\overline{bc}$ 边中点取力矩平衡：

$$\begin{aligned} \sigma_{E_1} \overline{ad} \sin(\alpha + \delta) \frac{\overline{ab} + \overline{cd}}{2} - dw_1 \frac{\overline{ab} + \overline{cd}}{4} - q \frac{\overline{ab}^2}{2} + \\ (q + dq) \frac{\overline{cd}^2}{2} = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

由式(4)得

$$\sigma_p = \sigma_{E_1} \frac{\cos(\alpha + \delta)}{\cos \alpha \cos \delta} \quad (7)$$

由式(5)、(7)得

$$\sigma_{E_1} = \frac{\cos \alpha \cos \delta}{\sin(\alpha + 2\delta)} \left[\left(\gamma - \frac{dq}{dh} \right) (L_0 - h \tan \alpha) + q \tan \alpha \right] \quad (8)$$

由式(6)得

$$\sigma_{E_1} = \frac{\cos \alpha}{\sin(\alpha + \delta)} \left[\frac{1}{2} \left(\gamma - \frac{dq}{dh} \right) (L_0 - h \tan \alpha) + q \tan \alpha \right] \quad (9)$$

由式(8)、(9)得

$$\frac{dq}{dh} + \frac{A_1}{L_0 - h \tan \alpha} q = \gamma \quad (\text{一元线性微分方程}) \quad (10)$$

其中:

$$A_1 = 2 \cos \alpha \sin \delta \cos(\alpha + \delta) \quad (11)$$

对式(10)求解得

$$q = (A_3 \gamma L_0 + q_0) \left(\frac{L_0 - h \tan \alpha}{L_0} \right)^{A_2} - A_3 \gamma (L_0 - h \tan \alpha) \quad (12)$$

其中:

$$A_2 = \frac{2 \cos^2 \alpha \sin \delta \cos(\alpha + \delta)}{\sin \alpha} = \frac{A_1}{\tan \alpha} \quad (13)$$

$$A_3 = \frac{1}{\tan \alpha - 2 \cos \alpha \sin \delta \cos(\alpha + \delta)} = \frac{1}{\tan \alpha - A_1} \quad (14)$$

当 $h = h_1$ 时, $q = q_1$ 作为 II 区隔离体上部的等效加载的边界条件, 得

$$q_1 = (A_3 \gamma L_0 + q_0) \left(\frac{L_0 - h_1 \tan \alpha}{L_0} \right)^{A_2} - A_3 \gamma (L_0 - h_1 \tan \alpha) \quad (15)$$

将式(10)、(12)代入(8)得

$$\sigma_{E_1} = A_4 q = A_5 (L_0 - h \tan \alpha)^{A_2} + A_6 (L_0 - h \tan \alpha) \quad (16)$$

其中:

$$\left. \begin{aligned} A_4 &= \frac{\cos \alpha \cos \delta}{\sin(\alpha + 2\delta)} (A_1 + \tan \alpha); \\ A_5 &= L_0^{-A_2} A_4 (A_3 \gamma L_0 + q_0); \\ A_6 &= -A_3 A_4 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

2.1.2 II 区

由图 2 和图 4, II 区薄层单元几何关系如下:

$$\left. \begin{aligned} \overline{ef} &= \frac{H - h \sin(\alpha + \theta)}{\cos \alpha \cos \theta}, \quad \overline{fg} = \frac{dh}{\cos \theta}, \\ \overline{gh} &= \overline{ef} - \frac{\sin(\alpha + \theta)}{\cos \alpha \cos \theta} dh, \quad \overline{eh} = \frac{dh}{\cos \alpha} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

$$dw_2 = \gamma S_{\square e f g h} = \gamma \frac{\overline{ef} + \overline{gh}}{2} dh = \gamma \frac{H - h \sin(\alpha + \theta)}{\cos \alpha \cos \theta} dh \quad (19)$$

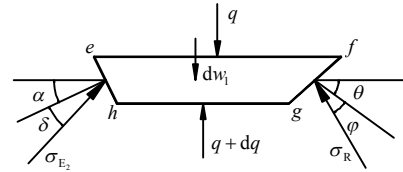


图 4 II 区薄层单元受力分析图
Fig.4 Forces acting on thin layer elements of zone II

由图 4 对薄层单元受力分析如下:

(1) 水平方向上力的平衡为

$$\sigma_{E_2} \cos(\alpha + \delta) \overline{eh} - \sigma_R \cos(\theta + \varphi) \overline{fg} = 0 \quad (20)$$

(2) 垂直方向上力的平衡为

$$\overline{qef} + dw_1 - (q + dq) \overline{gh} - \sigma_{E_2} \sin(\alpha + \delta) \overline{eh} - \sigma_R \sin(\theta + \varphi) \overline{fg} = 0 \quad (21)$$

(3) 对 $\overline{fg}$ 边中点取力矩平衡为

$$\begin{aligned} &\sigma_{E_2} \overline{eh} \sin(\alpha + \delta) \frac{\overline{ef} + \overline{gh}}{2} - dw_2 \frac{\overline{ef} + \overline{gh}}{4} - \\ &q \left(\frac{\overline{ef}}{2} - \frac{\overline{fg}}{2} \sin \theta \right) \overline{ef} + (q + dq) \left(\frac{\overline{gh}}{2} + \frac{\overline{fg}}{2} \sin \theta \right) \overline{gh} = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

II 区隔离体的所有计算方法与 I 区相同, 联立式(20)、(21)、(22)得

$$\sigma_{E_2} = B_1 q \quad (23)$$

$$\frac{dq}{dh} + \frac{B_2}{h - H} q = \gamma \quad (24)$$

$$B_1 = \frac{\cos(\theta + j) \sin(\theta - \alpha)}{\cos \theta \sin(\theta + j - \alpha - \delta)} \quad (25)$$

$$B_2 = 1 - \frac{\sin(\theta - \alpha) \sin(\theta + \varphi + \alpha + \delta)}{\sin(\theta + \alpha) \sin(\theta + \varphi - \alpha - \delta)} \quad (26)$$

当 $h = h_1$ 时, $q = q_1$ 作为 II 区隔离体上部的等

效加载的边界条件, 联立式 (15)、(24) 得

$$q = \frac{\gamma}{B_2 + 1}(h - H) + \left[q_1 - \frac{\gamma}{B_2 + 1}(h_1 - H) \right] \left(\frac{h_1 - H}{h - H} \right)^{B_2} \quad (27)$$

将 (27) 代入 (23) 中得

$$\sigma_{E_2} = C_1(h - H)^{-B_2} + C_2(h - H) \quad (28)$$

$$C_1 = B_1(h_1 - H)^{B_2} \left[q_1 - \frac{\gamma}{B_2 + 1}(h_1 - H) \right], C_2 = \frac{\gamma B_1}{B_2 + 1} \quad (29)$$

2.2 主动土压力合力及其作用点位置计算

由式 (16)、(28), 主动土压力合力为

$$E_a = \int_0^H \frac{\sigma_E}{\cos \alpha} dh = \int_0^{h_1} \frac{\sigma_{E_1}}{\cos \alpha} dh + \int_{h_1}^H \frac{\sigma_{E_2}}{\cos \alpha} dh = \frac{1}{\cos \alpha} \left[-\frac{1}{\tan \alpha} \frac{A_5}{1 + A_2} (L_0 - h_1 \tan \alpha)^{1+A_2} + A_6 \left(L_0 h_1 - \frac{h_1^2}{2} \tan \alpha \right) + \frac{1}{\tan \alpha} \frac{A_5}{1 + A_2} L_0^{1+A_2} - \frac{C_1}{1 - B_2} (h_1 - H)^{1-B_2} - \frac{C_2}{2} (h_1 - H)^2 \right] \quad (30)$$

主动土压力作用点距离挡墙底的距离 z 为

$$z = \frac{\int_0^H \frac{\sigma_E(H-h)}{\cos \alpha} dh}{\int_0^H \frac{\sigma_E}{\cos \alpha} dh} = \frac{\int_0^H \sigma_E(H-h) dh}{\int_0^H \sigma_E dh} = \frac{D_1}{D_2} \quad (31)$$

其中:

$$D_1 = \frac{h_1 - H}{\tan \alpha} \frac{A_5}{1 + A_2} (L_0 - h_1 \tan \alpha)^{1+A_2} + \frac{1}{\tan \alpha} \frac{A_5}{(1 + A_2)(2 + A_2)} (L_0 - h_1 \tan \alpha)^{2+A_2} + A_6 h_1 \left(L_0 H - \frac{h_1}{2} L_0 - \frac{h_1}{2} H \tan \alpha + \frac{h_1^2}{3} \tan \alpha \right) + \frac{H}{\tan \alpha} \frac{A_5}{1 + A_2} L_0^{1+A_2} - \frac{1}{\tan^2 \alpha} \frac{A_5}{(1 + A_2)(2 + A_2)} L_0^{2+A_2} \quad (32)$$

2.3 对极限破裂角的讨论

本文模型的土压力计算中的破裂角随着其他参数的变化而变化为一不确定值。

在求解极限破裂角的过程中, 出现超越方程,

又限于公式较复杂, 由 $\frac{dE_a}{d\theta} = 0$, $dE_a/d\theta = 0$ 时的 θ'

值就是极限破裂角的值 (本文中极限破裂角

$\theta' = 90^\circ - \theta$)。本文中对破裂角的计算, 首先对下式求解 (Matlab 软件), 得到 $f(\alpha, \delta, \varphi, \gamma, H, L_0, \theta) = 0$:

$$D_2 = -\frac{1}{\tan \alpha} \frac{A_5}{1 + A_2} (L_0 - h_1 \tan \alpha)^{1+A_2} + A_6 \left(L_0 h_1 - \frac{h_1^2}{2} \tan \alpha \right) + \frac{1}{\tan \alpha} \frac{A_5}{1 + A_2} L_0^{1+A_2} - \frac{C_1}{1 - B_1} (h_1 - H)^{1-B_1} - \frac{C_2}{2} (h_1 - H)^2 \quad (33)$$

将已经确定其他参数代入其中, 这样就得到只含有 θ 的一元一次方程组 $f(\theta) = 0$, 然后解一元一次方程再对 θ 进行求解。

$$\frac{1}{d\theta} \left[-\frac{1}{\tan \alpha} \frac{A_5}{1 + A_2} (L_0 - h_1 \tan \alpha)^{1+A_2} + A_6 \left(L_0 h_1 - \frac{h_1^2}{2} \tan \alpha \right) - \frac{C_1}{1 - B_1} (h_1 - H)^{1-B_1} - \frac{C_2}{2} (h_1 - H)^2 \right] = 0 \quad (34)$$

θ' 是关于 $\alpha, H, \gamma, \varphi, \delta, q_0, L_0$ 的函数, 本文着重讨论影响有限土体几何形状的土压力计算参数 α, H, L_0 及 q_0 值变化时, 破裂角 θ 相应地变化趋势。

φ, γ, δ 为固定值, 分别取 $30^\circ, 10 \text{ kN/m}^3, 10^\circ$ 。而在计算 θ' 与 α 的关系时, 取 $H = 5 \text{ m}$, $q_0 = 10 \text{ kN/m}$, $L_0 = 4 \text{ m}$; 在计算 θ' 与 H 的关系时, 取 $\alpha = 10^\circ, q_0 = 10 \text{ kN/m}, L_0 = 4 \text{ m}$; 在计算 θ' 与 q_0 的关系时, 取 $\alpha = 10^\circ, H = 5 \text{ m}, L_0 = 4 \text{ m}$; 在计算 E_a 与 θ' 的关系时, 取 $\alpha = 10^\circ, H = 5 \text{ m}, q_0 = 10 \text{ kN/m}$ 。

图 5、6 可见, 极限破裂角 θ' 随着 α, q_0 的增加而出现不同程度的降低, 呈负相关关系; 图 7、8

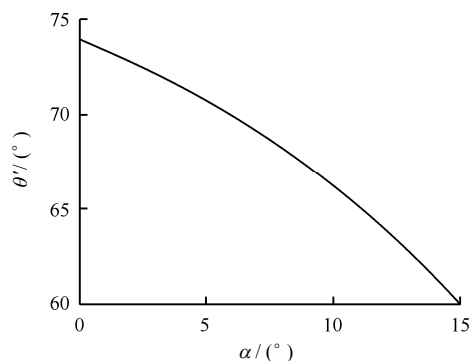


图 5 θ' 随 α 变化

Fig.5 Variation of θ' with α

中, θ' 与 L_0 、 H 呈正相关关系。由此可见, 在有限土体较复杂计算条件下, 极限破裂角为一不确定值, 因此, 在计算土压力过程中必须考虑各个参数的影响。

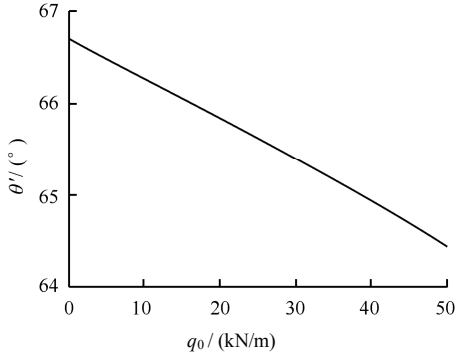


图6 θ' 随 q_0 变化

Fig.6 Variation of θ' with q_0

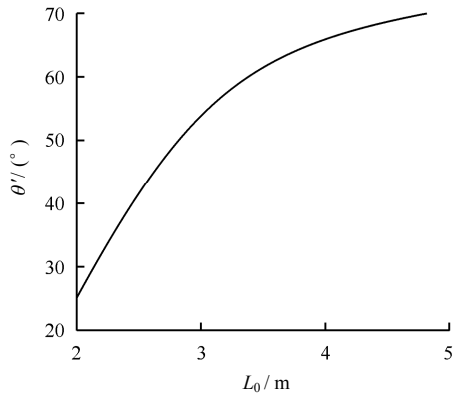


图7 θ' 随 L_0 变化

Fig.7 Variation of θ' with L_0

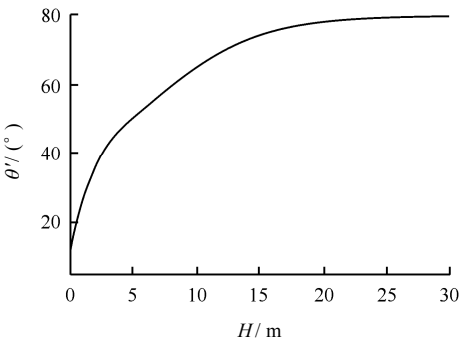


图8 θ' 随 H 变化

Fig.8 Variation of θ' with H

3 与经典土压力计算公式比较

3.1 与库仑土压力比较

(1) 当 $q_0 \neq 0$ 、 $h_1 \leq 0$ 时, 式 (30) 化简为

$$E_a = \frac{1}{\cos \alpha} \left(\frac{\gamma H^2}{2} + q_0 H \right) \frac{B_1}{1 - B_2} = \frac{1}{\cos \alpha} \left(\frac{\gamma H^2}{2} + q_0 H \right) \frac{\cos(\theta + \varphi) \sin(\alpha + \theta)}{\cos \theta \sin(\alpha + \theta + \varphi + \delta)} \quad (35)$$

因此, 当 α 、 δ 、 γ 、 φ 为已知值时, E_a 就只是 θ 的单值函数。在 $dE_a/d\theta = 0$ 时解出 θ 值, 将其代入式 (35) 中, 得到最终的表达式为 (推导过程不再详述):

$$E_a = \left(\frac{\gamma H^2}{2} + q_0 H \right) \cdot \frac{\cos^2(\varphi - \alpha)}{\cos^2 \alpha \cos(\alpha + \delta) \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \delta) \sin \varphi}{\cos(\alpha + \delta) \cos \alpha}} \right]} \quad (36)$$

式 (36) 与连续均布荷载作用下的无黏性土的库仑主动土压力公式 ($\beta=0$) 完全一致^[8]。

(2) 当 $q_0 = 0$ 、 $h_1 \leq 0$ 时, 式 (35) 化简为

$$E_a = \frac{1}{\cos \alpha} \frac{\gamma H^2}{2} \frac{B_1}{1 - B_2} = \frac{1}{\cos \alpha} \frac{\gamma H^2}{2} \frac{\cos(\theta + \varphi) \sin(\alpha + \theta)}{\cos \theta \sin(\alpha + \theta + \varphi + \delta)} \quad (37)$$

同式 (36) 的求解过程一致, 解得

$$E_a = \frac{\gamma H^2}{2} \frac{\cos^2(\varphi - \alpha)}{\cos^2 \alpha \cdot \cos(\alpha + \delta) \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \delta) \sin \varphi}{\cos(\alpha + \delta) \cos \alpha}} \right]} \quad (38)$$

式 (38) 与无黏性土的库仑主动土压力公式 ($\beta=0$) 完全一致^[10]。

3.2 与郎肯土压力比较

(1) 当 $q_0 \neq 0$ 、 $h_1 \leq 0$ 、 $\delta = 0$ 、 $\alpha = 0$ 时, 式 (30) 化简为

$$E_a = \left(\frac{\gamma H^2}{2} + q_0 H \right) \frac{\cos(\theta + \varphi) \sin \theta}{\cos \theta \sin(\theta + \varphi)} = \left(\frac{\gamma H^2}{2} + q_0 H \right) \frac{\tan \theta}{\tan(\theta + \varphi)} \quad (39)$$

由于郎肯土压力的极限破裂角为 $45^\circ + \varphi/2$, 在本文中表示为 $\theta = 90^\circ - (45^\circ + \varphi/2) = 45^\circ - \varphi/2$, 代入式 (39) 中得

$$E_a = \left(\frac{\gamma H^2}{2} + q_0 H \right) \frac{\tan(45^\circ - \varphi/2)}{\tan(45^\circ - \varphi/2 + \varphi)} = \left(\frac{\gamma H^2}{2} + q_0 H \right) \tan^2(45^\circ - \varphi/2) \quad (40)$$

式(40)与连续均布荷载作用下的无黏性土的郎肯主动土压力公式($\beta=0$)完全一致^[12]。

(2) 当 $q_0=0$ 、 $h_1 \leq 0$ 、 $\delta=0$ 、 $\alpha=0$ 时, 式(39)化简为

$$E_a = \frac{\gamma H^2}{2} \tan^2(45^\circ - \varphi/2) \quad (41)$$

式(41)与无黏性土的郎肯主动土压力公式($\beta=0$)完全一致^[8]。

综上所述, 经典库仑和郎肯土压力计算公式是公式(30)在一些特殊情况下的特解。

4 算例分析

4.1 应用范围讨论

由第3节知, 经典土压力都为其特解, 说明公式的应用范围较广。那么, 如何判断公式的应用范围是决定能否计算正确的关键。本文从分析 h_1 的取值入手, 较详细地分析了本文公式的应用范围。本文公式的计算流程如图9所示。

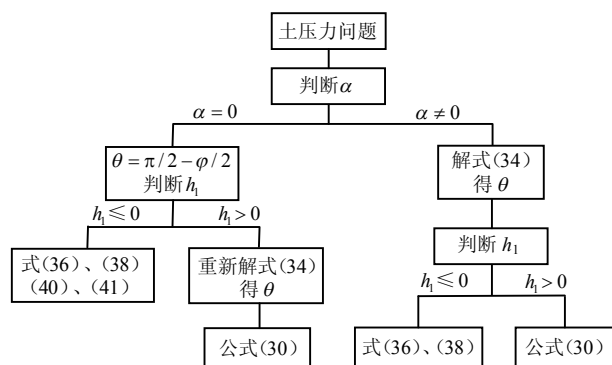


图9 土压力计算流程图

Fig.9 Flowchart of active earth pressure calculation

需要说明的是: ① 本文所指土压力问题要求建筑物外墙垂直且 $\beta=0$; ② 式(36)、(38)、(40)、(41)皆为式(30)在限定条件下的特例。

4.2 计算分析

为便于求解, 并本文根据计算流程图(见图9)编制计算程序进行计算。由于缺少实测的有限土体土压力值, 本文仅与经典的土压力理论值和有限元数值模拟值进行对比分析。

有限元模拟采用 Midas GTS/NX 软件, 应用摩尔-库仑本构模型, 土体与墙之间设置接触单元, 为使土压力达到主动状态, 在建筑物外墙施加较小的强制位移^[2]。

利用 2.3 节中的参数设置及计算得到的 θ 值, 对 E_a 进行计算, 分析部分参数与 E_a 的相关性。结果分析如下。

4.2.1 E_a 随 L_0 的变化

由图10可知, 当 L_0 较小时, 出现有限土压力问题, 主动土压力值 E_a 的本文解明显小于库仑解; 随 L_0 的增大, 逐渐满足经典土压力计算的条件, 本文解趋近于库仑解相; 而由于库仑土压力不考虑 L_0 值, 当其他参数值无变化时, 库仑解始终没有变动; 模拟值整体上与本文解差别不大。

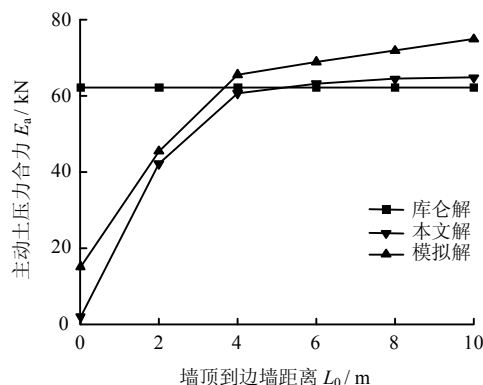


图10 土压力 E_a 随 L_0 变化关系曲线

Fig.10 Relationships of E_a and L_0

4.2.2 E_a 随 H 的变化

由图11可知, 墙高 H 较小时, 满足库仑土压力计算条件, 此时本文解与库仑解相一致; 随着 H 变大, 不满足库仑土压力计算条件, 库仑解与本文解的差值逐渐变大; 模拟值与本文解更为相近。

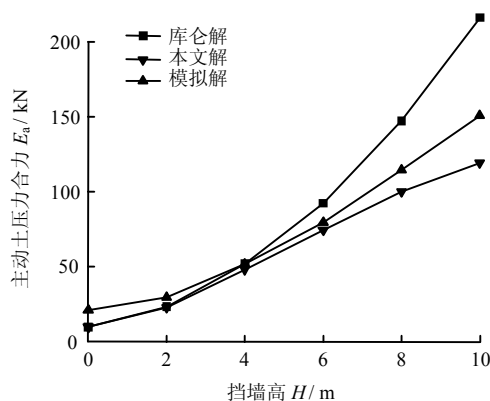


图11 E_a 随 H 变化关系曲线

Fig.11 Relationships of E_a and H

4.2.3 E_a 随 q_0 的变化

由图 12 可知, q_0 增加, 三解值皆变大; 由于 q_0 导致极限破裂角 θ' 值变小, L_0 的长度不再能满足库仑解的计算要求, 本文解明显大于库仑解, 且之间差值呈明显变大的趋势; 模拟解趋近于本文解。

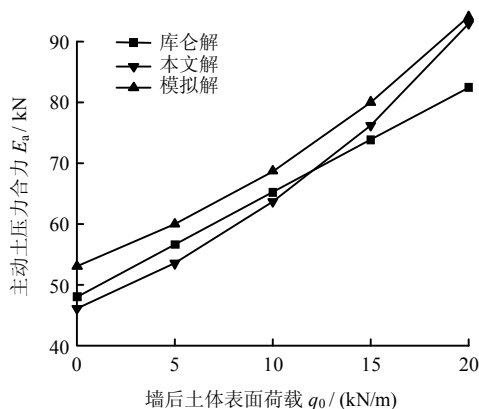


图 12 E_a 随 q_0 变化关系
Fig.12 Relationships of E_a and q_0

4.2.4 E_a 随 α 的变化

由图 13 可知, 随挡墙墙背倾角 α 值的变大, 由于极限破裂角 θ' 值变小, L_0 的长度不再满足半无限土压力计算的要求, 这时出现有限土体土压力问题, 且主动土压力值 E_a 明显小于库仑解。随着 α 值的变大, 两种解的差值也逐渐变大; 模拟值趋近于本文解, 但模拟解明显大于本文解, 原因可能是建筑外墙施加的强制位移造成的。

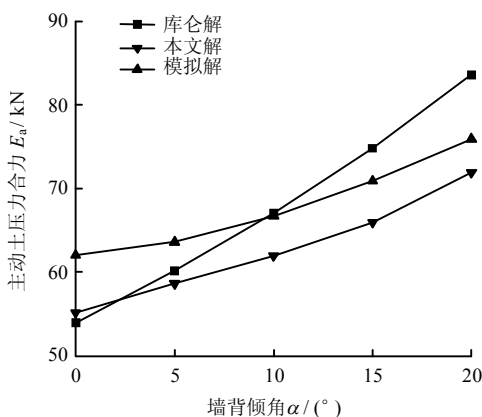


图 13 E_a 随 α 变化关系
Fig.13 Relationships of E_a and α

综上所述, 由于土压力计算参数的变化, 经典土压力问题的计算条件不再能得到满足, 此时本文解与库仑解产生明显差异, 而模拟解更趋近于本文解。

5 结 论

(1) 在假定平面滑裂的条件下, 采用薄层单元法推导了无黏性土有限土体主动土压力问题的解析解, 公式推导较为严密, 而现行的经典土压力公式皆为本文公式在特殊条件下的特例。

(2) 计算无黏性土有限土体土压力时极限破裂角不是固定值, 而是与挡土墙计算参数存在着密切的关系, 极限破裂角随着这些参数的变化而呈现不同的变化趋势。

(3) 依据本文求解的条件, 编制了土压力问题的求解流程, 此流程涵盖面较广泛, 具有一定的工程应用价值。

(4) 通过算例分析表明, 经典土压力计算存在局限性, 出现有限土体土压力问题时, 仍然采用经典土压力理论进行计算, 会造成较大工程浪费或者无法实现挡墙稳定性。当出现有限土体土压力问题时, 主动土压力值与库仑解存在较大的差异; 而整体上本文解与模拟解较为接近, 表明了本文解的合理性。

(5) 本文公式较为复杂, 显示出建立相关数学模型简化计算的必要性; 目前缺少实测值相对比, 因此, 有必要开展相关的物理模拟试验做进一步研究。

参 考 文 献

- [1] 马平, 秦四清, 钱海涛. 有限土体土压力计算[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(增刊 1): 3070—3074.
MA Ping, QIN Si-qing, QIAN Hai-tao. Calculation of active earth pressure for limited soils[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2008, 27(Supp.1): 3070—3074.
- [2] 王洪亮, 宋二祥, 宋福渊. 紧邻既有建筑基坑有限土体主动土压力计算方法[J]. 工程力学, 2014, 31(4): 76—81.
WANG Hong-liang, SONG Er-xiang, SONG Fu-yuan. Calculation of active earth pressure for limited soil between existing building and excavation[J]. **Engineering Mechanics**, 2014, 31(4): 76—81.
- [3] 赵琦, 朱建明. 临近地下室外墙影响下的考虑土拱效应的挡土墙主动土压力研究[J]. 岩土力学, 2014, 35(3): 723—728.
ZHAO Qi, ZHU Jian-ming. Research on active earth pressure behind retaining wall adjacent to existing basements exterior wall considering soil arching effects[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2014, 35(3): 723—728.

- [4] 高印立. 有限土体土压力的计算探讨[J]. 建筑科学, 2000, 16(5): 53—56.
GAO Yin-li. The calculation of finite earth pressure[J]. **Building Science**, 2000, 16(5): 53—56.
- [5] 杨剑. 复杂条件下黏性土主动土压力解析解[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2012, 40(4): 380—386.
YANG Jian. Analytical solution of active earth pressure on cohesive soils under complicated conditions[J]. **Journal of Hohai University (Natural Sciences)**, 2012, 40(4): 380—386.
- [6] 林智勇, 戴自航, 苏美选. 复杂条件下挡土墙主动土压力解析解[J]. 岩土工程学报, 2008, 30(4): 555—559.
LIN Zhi-yong, DAI Zi-hang, SU Mei-xuan. Analytical solution of active earth pressure acting on retaining walls under complicated conditions[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2008, 30(4): 555—559.
- [7] 戴自航, 彭振斌. 半无限倾斜黏性填土面朗肯土压力解析解[J]. 中南工业大学学报(自然科学版), 2000, 31(6): 473—476.
DAI Zi-hang, PENG Zhen-bin. The analytical solutions of Rankine earth pressure of semi-finite backfill with inclined surface[J]. **Journal of Central South University of Technology (Natural Science)**, 2000, 31(6): 473—476.
- [8] 陈建功, 徐晓核, 张海权. 一般条件下主动土压力的变分求解[J]. 岩土力学, 2015, 36(增刊 2): 310—314.
CHEN Jian-gong, XU Xiao-he, ZHANG Hai-quan. A variational method for computing of active earth pressure under general conditions[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2015, 35(Supp.2): 310—314.
- [9] 王仕传, 孙本杰, 邵艳. 改进的主动土压力计算方法[J]. 岩土力学, 2015, 36(5): 1375—1379.
WANG Shi-chuan, SUN Ben-jie, SHAO Yan. Modified computational method for active earth pressure[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2015, 36(5): 1375—1379.
- [10] 李镜培, 马原, 饶平平. 考虑位移的柔性挡墙上土压力计算[J]. 岩土力学, 2012, 33(10): 2937—2941.
LI Jing-pei, MA Yuan, RAO Ping-ping. Calculation of earth pressure against flexible retaining wall considering displacement[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2012, 33(10): 2937—2941.
- [11] 赵均海, 梁文彪, 张常光, 等. 非饱和土库仑主动土压力统一解[J]. 岩土力学, 2013, 34(3): 609—614.
ZHAO Jun-hai, LIANG Wen-biao, ZHANG Chang-guang, et al. Unified solution of Coulomb's active earth pressure for unsaturated soils[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2013, 34(3): 609—614.
- [12] 陈仲颐, 周景星, 王洪瑾. 土力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2007.
CHEN Zhong-yi, ZHOU Jing-xing, WANG Hong-jin. Soil mechanics[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2007.

上接第 2512 页

- [14] HORII H, NEMAT N S. Overall moduli of solids with microcracks: Load-induced anisotropy[J]. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, 1983, 31(2): 155—171.
- [15] 伍法权. 统计岩体力学原理[M]. 武汉: 中国地质大学出版社, 1993.
WU Fa-quan. Principles of statistics of mechanics and of rock masses[M]. Wuhan: China University of Geosciences Press, 1993.
- [16] WU F Q, WANG S J. A stress-strain relation for jointed rock masses[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 2001, 38(4): 591—598.
- [17] PRIEST S D, HUDSON J A. Discontinuity spacings in rock[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts**, 1976, 13(5): 135—148.
- [18] HUDSON J A, PRIEST S D. Discontinuity frequency in rock masses[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts**, 1983, 20(2): 73—89.
- [19] 贾洪彪, 唐辉明, 刘佑荣, 等. 岩体结构面三维网络模拟理论与工程应用[M]. 科学出版社, 2008.
JIA Hong-biao, TANG Hui-ming, LIU You-rong, et al. Rock structural surface three-dimensional network simulation theory and its engineering application[M]. Beijing: Science Press, 2008.
- [20] 杨凡杰, 周辉, 肖海斌, 等. 大理岩弹性参数的围压效应与弹塑性耦合模型[J]. 岩土力学, 2013, 34(6): 1613—1620.
YANG Fan-jie, ZHOU Hui, XIAO Hai-bin, et al. Research on confining pressure effect of elastic parameters of marble and its elasto-plastic coupling model[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2013, 34(6): 1613—1620.